

第2章Quiz解説

問1

1因子5変数の確認的因子分析モデルの自由度が5になることを示しなさい。

2014.09.16 尾崎幸謙・荘島宏二郎

連立方程式の数

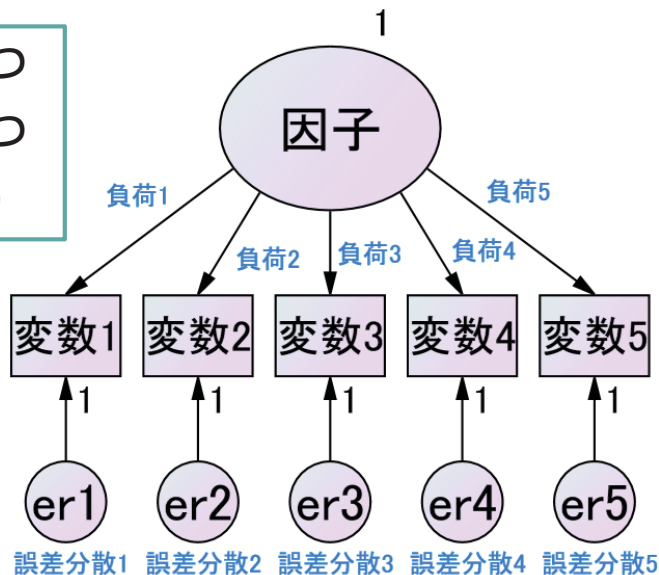
- 共分散行列の要素数は $5 \times (5+1)/2 = 15$
 - 分散5つ
 - 共分散 $5 \times (5-1)/2 = 10$ 個
- } 合わせて15個

共分散行列	変数1	変数2	変数3	変数4	変数5
変数1	分散 ₁				
変数2	共分散 ₂₁	分散 ₂			
変数3	共分散 ₃₁	共分散 ₃₂	分散 ₃		
変数4	共分散 ₄₁	共分散 ₄₂	共分散 ₄₃	分散 ₄	
変数5	共分散 ₅₁	共分散 ₅₂	共分散 ₅₃	共分散 ₅₄	分散 ₅

共分散行列は対称行列なので、対角要素を含む下三角要素数（あるいは上三角要素数）を数える

母数の数

- 因子負荷5つ
- 誤差分散5つ
- 合わせて10



$$\begin{aligned} \text{自由度} &= \text{連立方程式の数} - \text{母数の数} \\ &= 15 - 10 \\ &= 5 \end{aligned}$$

問4

N2の標準偏差が1.535であることを利用して、図2-8でN2への因子負荷量が標準化した場合に0.820であることを示しなさい。

標準化パス係数

$$\begin{aligned} &= \text{パス係数} \times \frac{\text{独立変数の標準偏差}}{\text{従属変数の標準偏差}} \\ &= \text{N2への負荷量} \times \frac{\text{因子の標準偏差}}{\text{N2の標準偏差}} \\ &= 1.258 \times \frac{1}{1.535} \\ &= 0.820 \end{aligned}$$

問5

図2-9で身長をmmとすると身長からのパス係数と誤差分散はいくつになるでしょうか。年齢の単位を歳としたときと、月としたときで答えなさい。

以下の穴埋め問題として考える

	年齢単位	身長単位	年齢分散	パス係数	身長分散	誤差分散
歳		mm	3	A1	A2	A3
		cm	3	6	120	12
		m	3	0.06	0.012	0.0012
月		mm	432	B1	B2	B3
		cm	432	0.5	120	12
		m	432	0.005	0.012	0.0012

A1: 年齢(歳) → 身長のパス係数

- 身長の単位がmmのときパス係数=60
 - 1年で60mm伸びるから
- 身長の単位がcmのときパス係数=6
 - 1年で6cm伸びるから
- 身長の単位がmのときパス係数=0.06
 - 1年で0.06m伸びるから

ここを基準
に考える



A2: 身長(mm)の分散

- 身長の単位がmmのとき分散=12000
 - $\frac{120}{0.1^2} = 12000$
- 身長の単位がcmのとき分散=120
 - $\frac{120}{100^2} = 0.012$

ここを基準
に考える



A3: 年齢(歳)のときの誤差分散

身長分散 = パス係数² × 年齢(歳)分散 + 誤差分散
より

誤差分散 = 身長分散 - パス係数² × 年齢(歳)分散

- 身長の単位がmmのとき誤差分散=1200
 - $12000 (A2) - 60^2 (A1^2) \times 3 = 1200 (A3)$
- 身長の単位がcmのとき誤差分散=12
 - $120 - 6^2 \times 3 = 12$
- 身長の単位がmのとき誤差分散=0.0012
 - $0.012 - 0.06^2 \times 3 = 0.0012$



B1: 年齢(月) → 身長のパス係数

- 身長の単位がmmのときパス係数=5
 - ひと月で5mm伸びるから
- 身長の単位がcmのときパス係数=0.5
 - ひと月で0.5cm伸びるから
- 身長の単位がmのときパス係数=0.005
 - ひと月で0.005m伸びるから

ここを基準
に考える



B2: 身長(mm)の分散

- 身長の単位がmmのとき分散=12000

$$\frac{120}{0.1^2} = 12000$$

- 身長の単位がcmのとき分散=120

- 身長の単位がmのとき分散=0.012

$$\frac{120}{100^2} = 0.012$$

ここを基準
に考える

他の変数に関係なく決まるので、A2と答えが等しくなる。

B3: 年齢(月)のときの誤差分散

$$\text{身長分散} = \text{パス係数}^2 \times \text{年齢(月)分散} + \text{誤差分散}$$

より

$$\text{誤差分散} = \text{身長分散} - \text{パス係数}^2 \times \text{年齢(月)分散}$$

- 身長の単位がmmのとき誤差分散=1200 (A3と一致)

$$12000 (B2) - 5^2 (B1^2) \times 432 = 1200 (B3)$$

- 身長の単位がcmのとき誤差分散=12

$$120 - 0.5^2 \times 432 = 12$$

- 身長の単位がmのとき誤差分散=0.0012

$$0.012 - 0.005^2 \times 432 = 0.0012$$



問5 正解表

	年齢単位	身長単位	年齢分散	パス係数	身長分散	誤差分散
歳	mm		3	60	12000	1200
	cm		3	6	120	12
	m		3	0.06	0.012	0.0012
月	mm		432	5	12000	1200
	cm		432	0.5	120	12
	m		432	0.005	0.012	0.0012